

Tema 7

CONVERSORES D/A Y A/D

Introducción

¿Qué son estos circuitos?

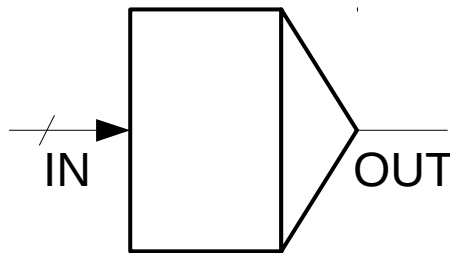
Elementos capaces de convertir señales analógicas en digitales y viceversa.

Nomenclatura

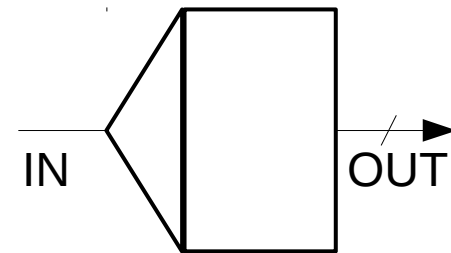
- Conversor analógico/digital, ADC, A/D
- Conversor digital/analógico, DAC, D/A

Algunos detalles de interés

- Distintos tipos de entrada/salida: paralelo, SPI, I2C, etc.
- **Multiplexación**, sobre todo ADCs
- Integrados en microcontroladores. A/D siempre, D/A a veces.
- Imprescindible el uso de **tensiones de referencia** muy estables.



Conversor D/A



Conversor A/D

Conversores D/A

Definiciones y consecuencias (I)

- Se denomina **resolución de un conversor D/A, N**, como el número de bits de la palabra de entrada.
- Por tanto, habrá **2^N** niveles de salida, numerados entre **0** y **2^N-1**
- La separación entre niveles se denomina "bit menos significativo", ("*Least significant bit*", **LSB**), definido como $V_{REF}/2^N$. Normalmente, se tomará este valor como unidad de la tensión de salida.
- Idealmente, con entrada $0x0..0$, la salida debería ser 0 LSB. Normalmente, esto no es así, lo que obliga a definir el **error de offset**.

$$E_{OS} = \frac{V_{00..0}}{V_{LSB}} = \frac{V_{00..0}}{V_{REF}} \cdot 2^N$$

- Tras corregir el *offset*, la salida debería ser **2^N-1** . Pero no lo es. Esto permite definir el llamado **error de ganancia**.

$$E_{GN} = \frac{V_{11..1} - V_{00..0}}{V_{LSB}} - (2^N - 1)$$

Conversores D/A

Definiciones y consecuencias (II)

- Los errores de *offset* y de ganancia se corrigen fácilmente. Si se miden todas las salidas posibles, $V_{OUT}(k)$, expresadas en unidades LSB, estos errores se corrigen como

$$V_{CORR}(k) = V_{OUT}(k) - E_{OS} - E_{GN} \cdot \frac{k}{2^N - 1}$$

- Idealmente, $V_{CORR}(k) = k$. Sin embargo, esto no es así en la realidad. Sólo se va a cumplir en $k=0$ y $k=2^N-1$. Los elementos NO están alineados.
- **No linealidad diferencial (DNL)**. Hay que definir un nuevo vector, $DNL(k) = \text{abs}[V_{CORR}(k+1) - V_{CORR}(k) - 1]$. El valor máximo de este vector es la DNL.
- **No linealidad Integral (INL)**: En este caso, se estudia el vector $INL(k) = \text{abs}[V_{CORR}(k) - k]$ y se escoge su valor máximo.
- Ambos términos dan cuenta de la no linealidad del conversor, idealmente 0. Si $DNL < 1$ o $INL < 0,5$, se garantiza **monotonidad** del conversor.

$$N_{EFF} = N - \log_2(DNL_{MAX}) \quad N_{REL} = N - \log_2(INL_{MAX})$$

Conversores D/A

Ejemplo: Un convertor de 3 bits y $V_{REF} = 3.3\text{ V}$

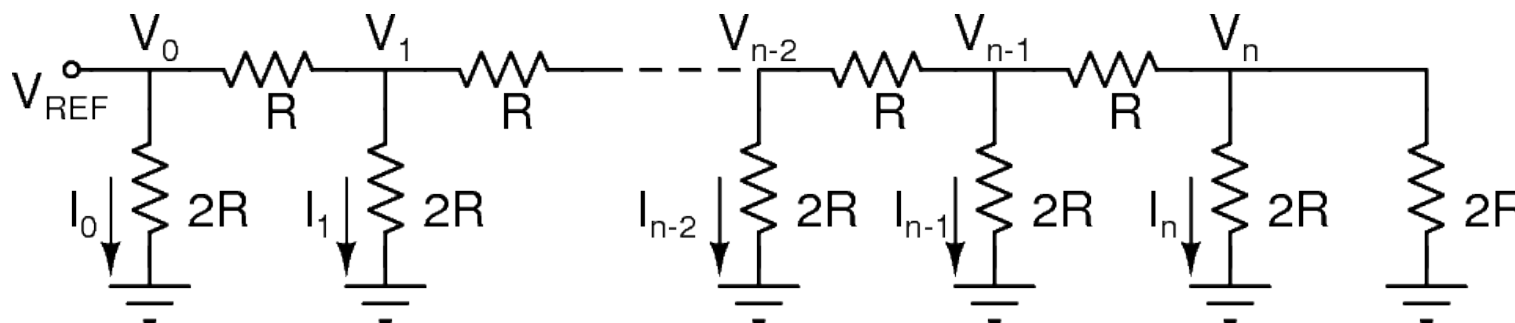
Entrada	Salida (V)	Salida (LSB)	Corr. Offset	Corr. Ganancia	DNL	INL
0	0,095	0,230	0,000	0,000	0,074	0,000
1	0,468	1,135	0,905	0,926	0,019	0,074
2	0,879	2,132	1,902	1,945	0,037	0,055
3	1,298	3,148	2,918	2,982	0,118	0,018
4	1,751	4,244	4,014	4,100	0,113	0,100
5	2,108	5,109	4,879	4,986	0,093	0,014
6	2,549	6,181	5,951	6,079	0,079	0,079
7	2,921	7,080	6,850	7,000		0,000
		E. Off.	0,23		DNL MAX	INL MAX
		E. Gan.	-0,15		0,118	0,100

Conversores D/A

Técnicas de construcción

Existen diversas técnicas de construcción: Resistencias escaladas, capacidades conmutadas, etc. Sin embargo, la técnica más habitual es

la red R/2R en escalera



Ecuaciones

$$V_0 = V_{REF}$$

$$V_{n-1} = 2 \cdot V_n$$

$$2 \cdot V_k = 5 \cdot V_{k+1} - 2 \cdot V_{k+2}$$



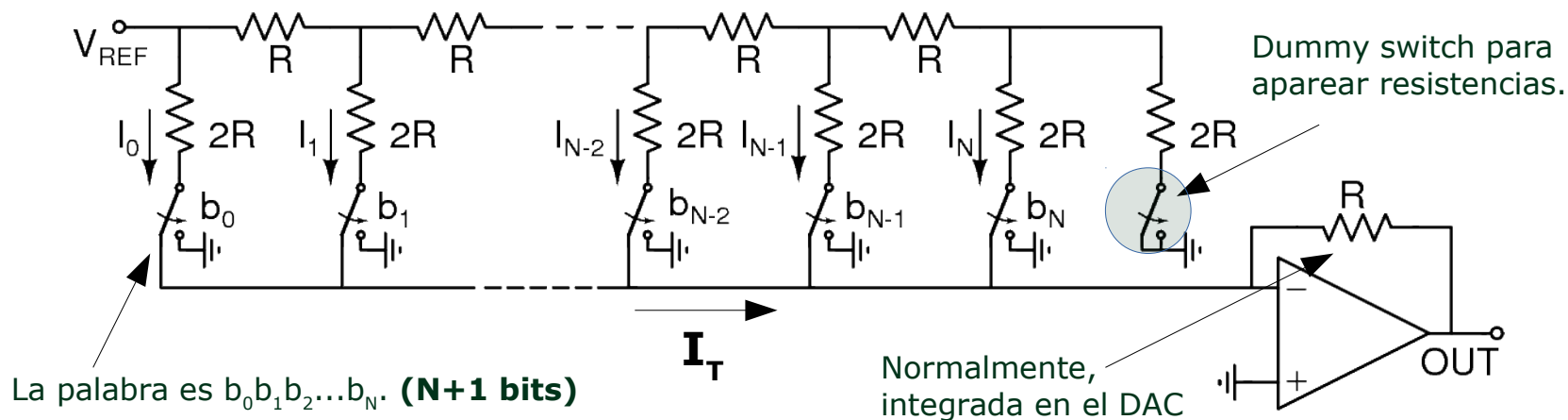
$$V_k = 2^{-k} \cdot V_{REF}$$

$$I_k = 2^{-k} \cdot \frac{V_{REF}}{2R}$$

Conversores D/A

Técnicas de construcción

Los bits de la entrada se pueden usar para elegir tierra real o virtual (no cambian las ecuaciones) y llevar la suma a un transresistor.



$$I_T = \frac{V_{REF}}{2 \cdot R} \cdot (b_0 \cdot 2^{-0} + b_1 \cdot 2^{-1} + \dots + b_N \cdot 2^{-N})$$

$$V_{OUT} = -V_{REF} \cdot (b_0 \cdot 2^{-1} + b_1 \cdot 2^{-2} + \dots + b_N \cdot 2^{-(N+1)})$$

- Extremadamente sencilla de construir.
- Problemas con la monotonicidad
- Adaptable para variar el signo y el intervalo de salida
- Op amp integrado, a veces.
- Problemas de velocidad asociados al op amp.

Hay más opciones que no veremos

Conversores A/D

Principio de funcionamiento

Un conversor A/D transforma una señal de entrada V_{IN} situada entre 0 y V_{REF} en un número natural k (en formato binario) tal que:

$$k - \frac{1}{2} < \frac{V_{IN}}{V_{LSB}} < k + \frac{1}{2}$$

$$0 \leq k \leq 2^N - 1, \quad V_{LSB} = \frac{V_{REF}}{2^N}$$

- **N**: Resolución del conversor
- Cualquier valor de salida admite una representación con **N** bits.
- Esta representación puede variar en algunos casos: Representación simple, con o sin signo, complemento a 1 o 2, etc.
- La salida puede ser en serie (SPI, I2C, etc.) o en paralelo.
- Entradas menores que **0V** se representan como 00..00 y mayores que V_{REF} como 11..11

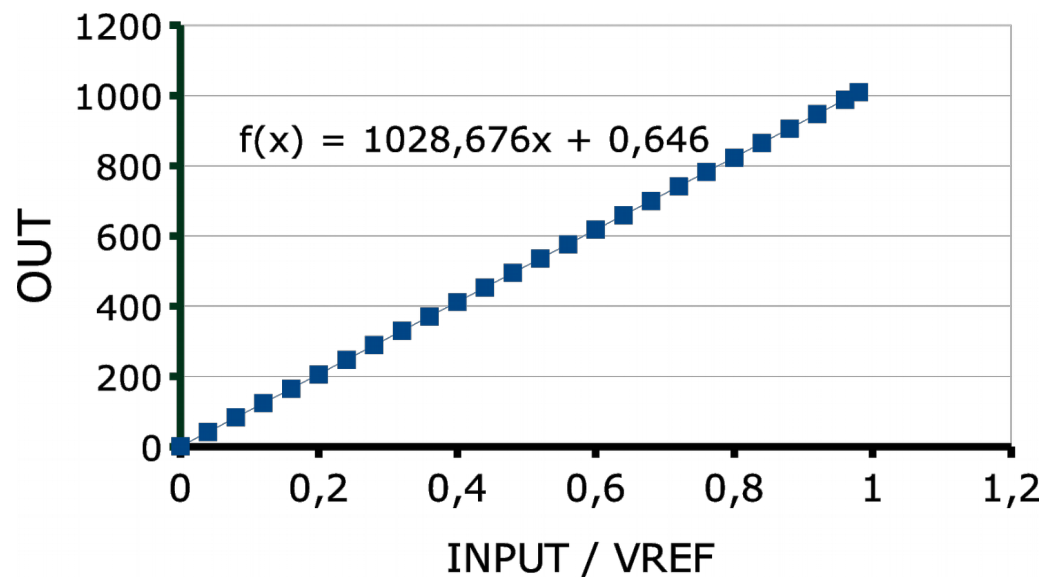
Conversores A/D

Tipos de errores básicos

Problemas para definir los errores de *offset* y de ganancia. ¿Cómo determinar las tensiones exactas a las que se produce la transición?

Solución: Muestrear con diversos valores de V_{IN} y hacer mínimos cuadrados.

Input	OUT	Input	OUT
0	1	2,6	536
0,2	42	2,8	576
0,4	83	3	618
0,6	124	3,2	659
0,8	165	3,4	700
1	206	3,6	741
1,2	247	3,8	783
1,4	289	4	823
1,6	330	4,2	865
1,8	371	4,4	906
2	412	4,6	947
2,2	453	4,8	988
2,4	495	4,9	1009



$E_{OS} \sim 0,65 \text{ LSB}$. $E_{GN} \sim 5,68 \text{ LSB}$

REF: 5V, N:10

Conversores A/D

Tipos de errores básicos

- **Error de *offset*:** Corregible midiendo entrada a 0V.
- **Error de *ganancia*:** Corregible midiendo otros valores.
- **DNL e INL:** Definibles teóricamente aunque difíciles de medir en la práctica (La INL podría estimarse a partir de las desviaciones sobre el ajuste lineal pero no es usual).
- **Error absoluto:** La máxima desviación observada frente a la prevista. Se da directamente en tantos por ciento. En ejemplo anterior, 0,54%.

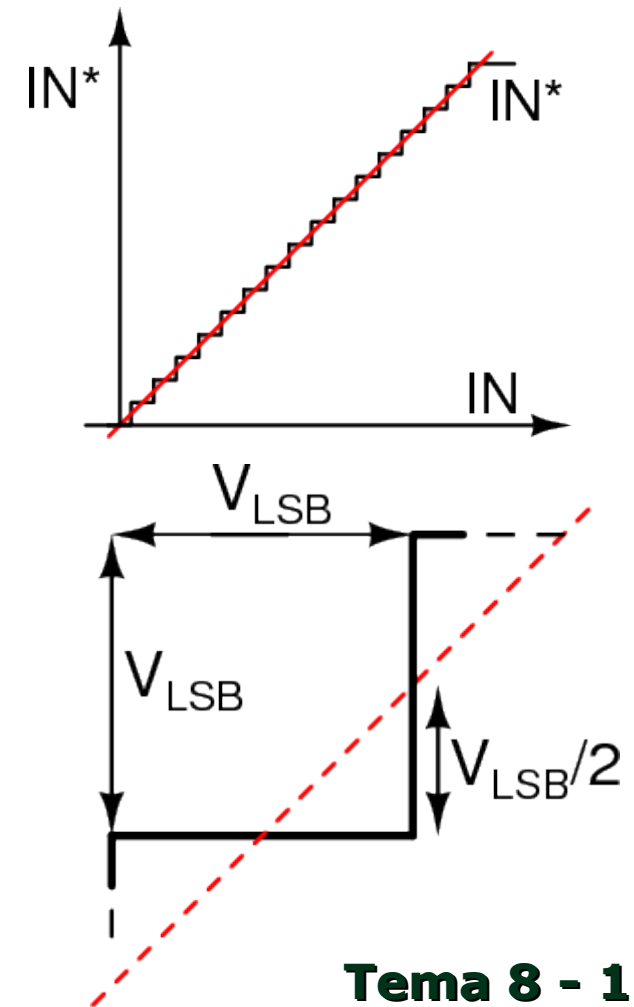
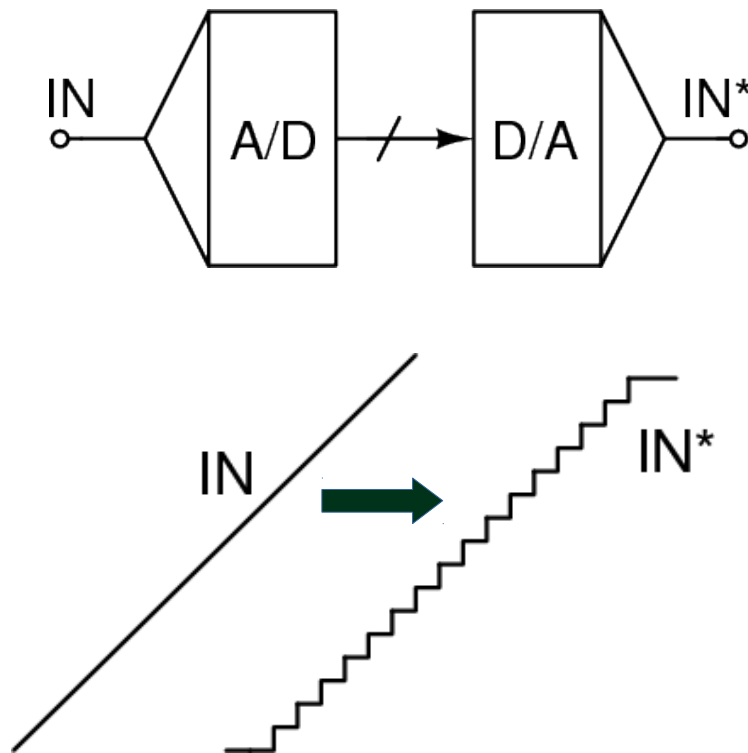
¡Toma en cuenta todos los errores anteriores!

- ***Missing codes*:** Extremadamente importante: Valores que nunca se van a obtener. Se calculan con el test de la onda triangular o sinusoidal.
- **Tiempo de apertura:** Tiempo que transcurre desde que se da la orden de conversión y que se logra muestrear y retener la señal.
- **Tiempo de conversión:** Cuanto mayor sea, menor velocidad de trabajo.

Conversores A/D

Error/ruido de cuantización

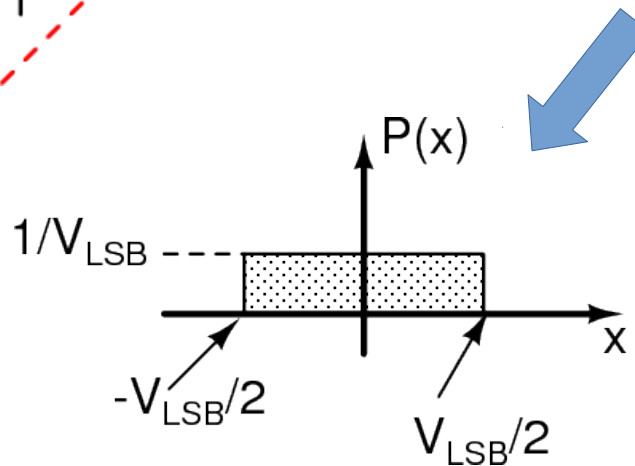
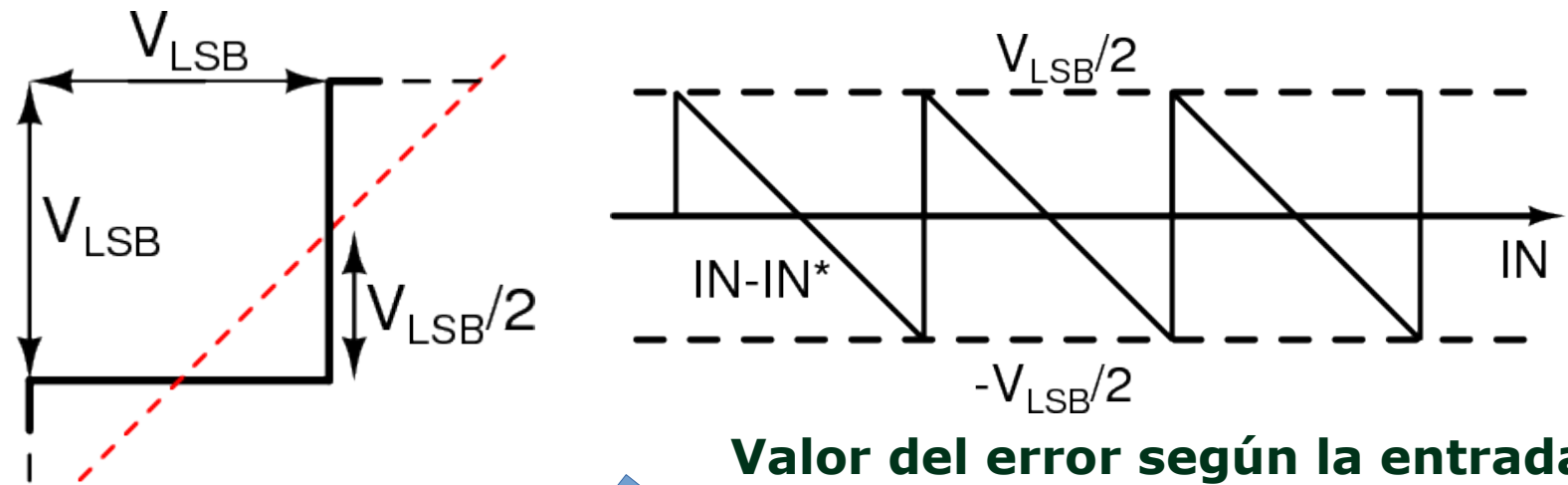
Realicemos un experimento mental. Un conversor A/D perfecto se envía como entrada a un D/A perfecto y se recrea la señal original.



Conversores A/D

Error/ruido de cuantización

En la conversión, se ha introducido un error, llamado de cuantización, que puede interpretarse *grosso modo* como un ruido.



P(x) =

- $1/V_{LSB}$, si $|x| < V_{LSB}/2$
- 0, en otro caso

Función probabilidad asociada

Conversores A/D

Error/ruido de cuantización

De acuerdo con la teoría estadística, los parámetros característicos de la distribución de probabilidad se calculan como:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(x) dx = 1 \quad \langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot P(x) dx \quad \langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot P(x) dx$$

$$\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad \sigma = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

Particularizando a nuestra distribución:

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot P(x) dx = \int_{-V_{LSB}/2}^{+V_{LSB}/2} x \cdot \frac{1}{V_{LSB}} \cdot dx = 0$$

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot P(x) dx = \int_{-V_{LSB}/2}^{+V_{LSB}/2} x^2 \cdot \frac{1}{V_{LSB}} \cdot dx = \frac{V_{LSB}^2}{12}$$

$$\sigma = \frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}$$

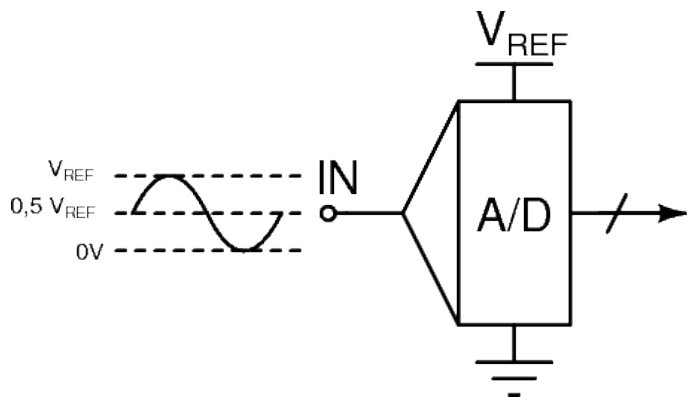
Se va a interpretar como un **ruido blanco** que se añade a la señal y cuyo valor eficaz es σ .

Conversores A/D

Error/ruido de cuantización

Importante característica: Razón señal/ruido ideal

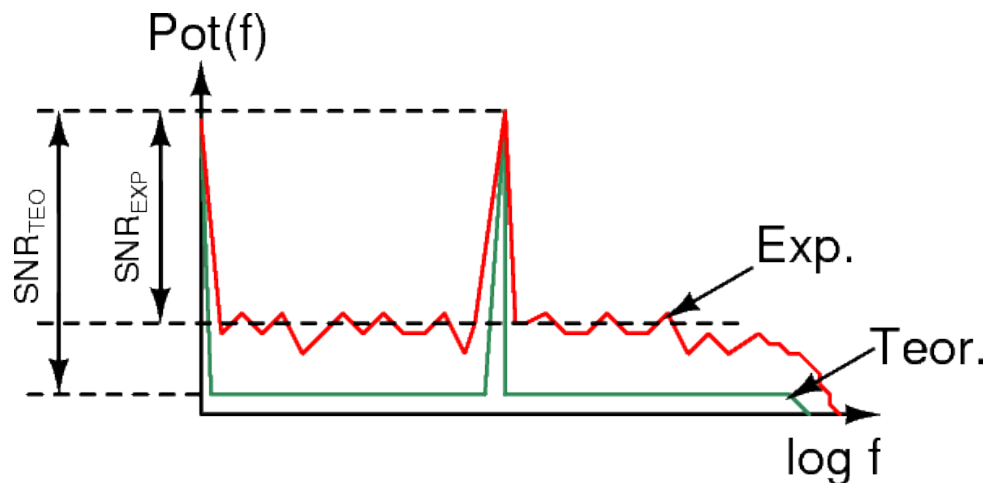
¡Valor eficaz!



$$SNR = \frac{V_{REF}/2\sqrt{2}}{V_{LSB}/\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 2^N$$

$$SNR (dB) \approx 1,76 + 6,02 \cdot N$$

Esta idea nos permite calcular el número efectivo de bits de un ADC: Midiendo su SNR experimental y determinando a qué resolución equivaldría



$$N_{EFF} = \frac{SNR_{exp} (dB) - 1,76}{6,02}$$

Conversores A/D

Principios de funcionamiento

Los conversores se van a dividir en dos grandes grupos:

- **Tipo Nyquist:** Cada conversión se transforma en una salida. Por tanto, la frecuencia máxima de muestreo determina la frecuencia de Nyquist.

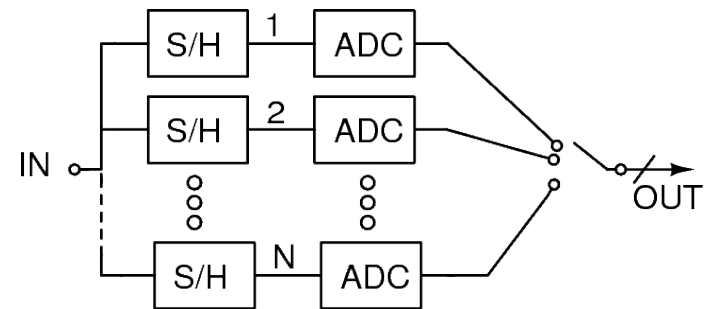
Flash, doble rampa, SAR, pipelined o tubería, algorítmicos, ...

- **Tipo sobremuestreado (*oversampling*):** Cada conversión requiere la toma de 2^P datos. No hay relación entre la frecuencia de muestreo y la de Nyquist.

Nyquist sobremuestreado, Sigma-Delta, ...

Time interleaving / Multiplexed

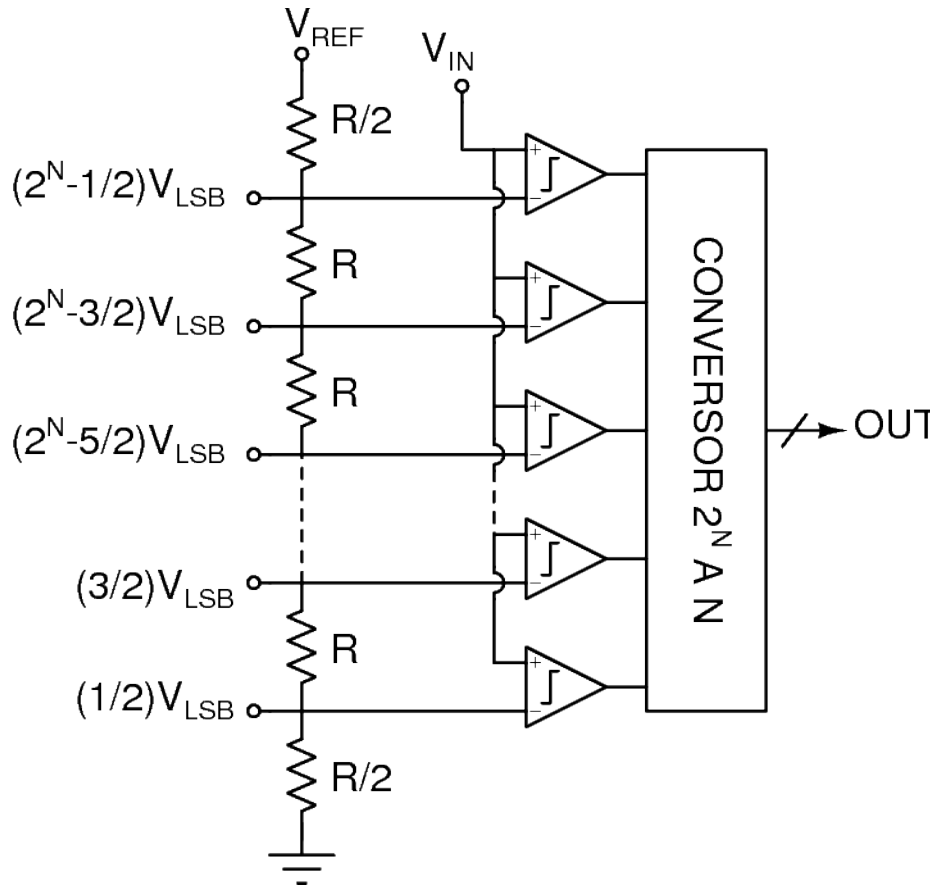
Si un conversor necesita T_s para completar la conversión, N conversores con un desfase de T_s/N permiten multiplicar por N la frecuencia máxima de trabajo.



Conversores A/D

Conversores Nyquist: Tipo Flash

Se crean 2^N niveles de tensión con los que comparar la entrada con 2^N+1 resistencias perfectamente **apareadas**.



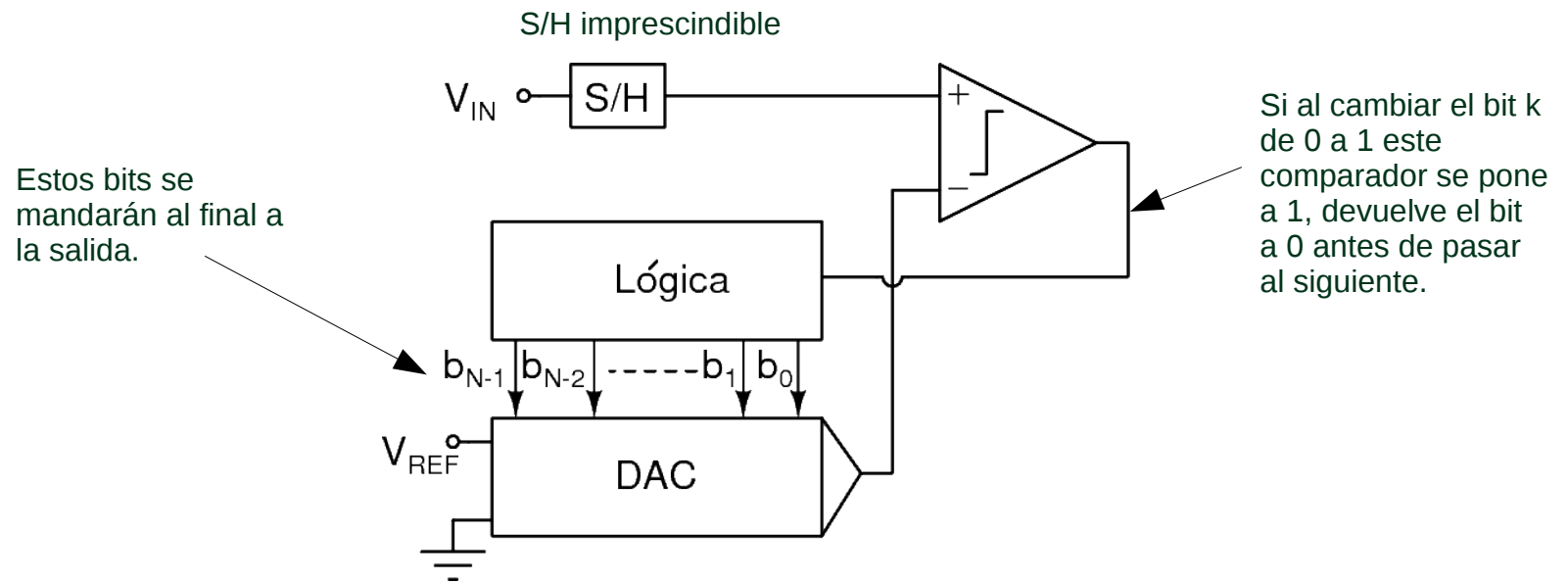
Características

- Si bien contruidos, su velocidad de respuesta depende de comparadores o bloques lógicos.
MUY RÁPIDOS (>100 Msps)
- Es prácticamente conseguir resoluciones elevadas dado el gran número de elementos que integrar.
- Y si tienen gran resolución...
Muy caros.

Conversores A/D

Conversores Nyquist: Tipo SAR

Successive-Approximation Register. Un sistema lógico va ajustando la entrada de un DAC a partir del MSB hasta reproducir la tensión de entrada.



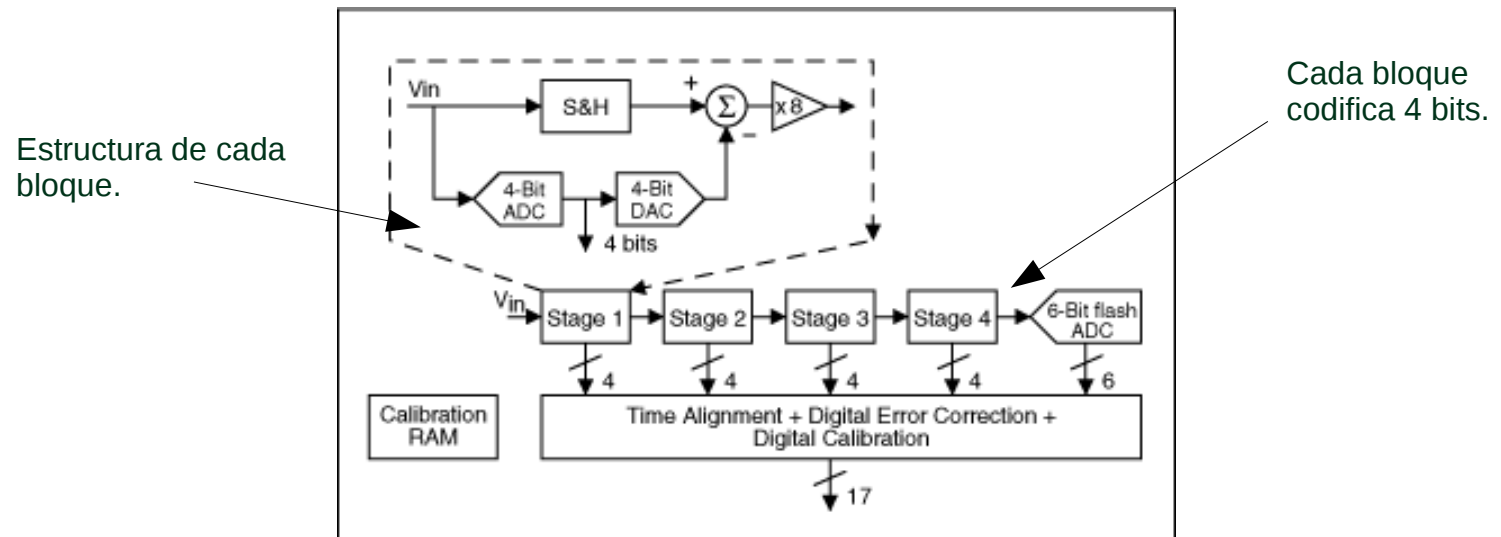
Características

- Arquitectura de construcción sencilla aunque muy dependiente del DAC.
- Extremadamente populares.
- Relativamente lentos (Unos pocos Msps).

Conversores A/D

Conversores Nyquist: Tipo Pipelined

Estrechamente relacionados con los SAR. Un convertor de baja resolución codifica a pocos niveles y la diferencia entre la entrada y la salida se amplifica y pasa al siguiente nivel.



Fuente: <https://www.maximintegrated.com/en/app-notes/index.mvp/id/1023>

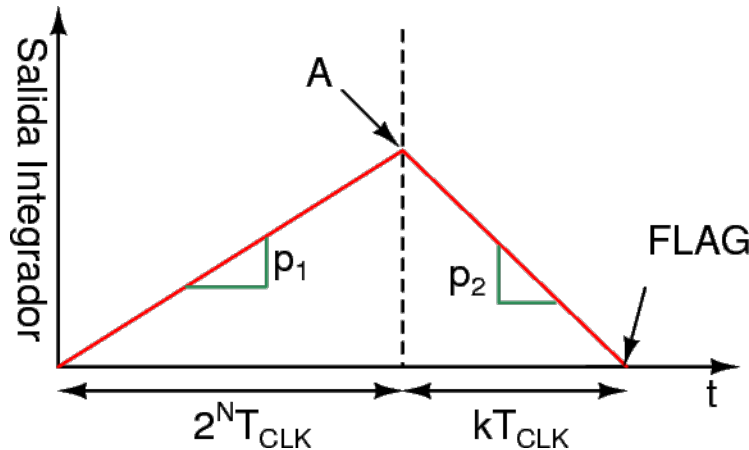
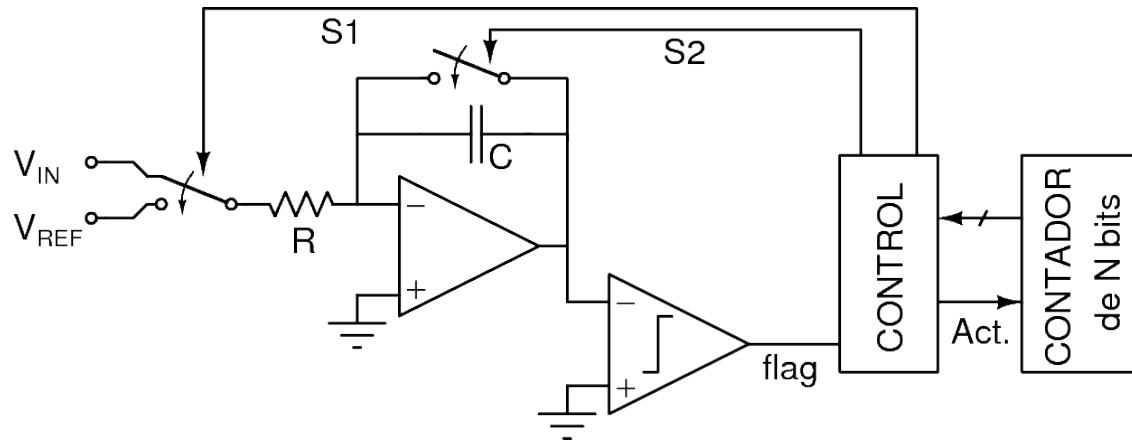
Características

- Arquitectura de construcción sencilla aunque muy dependiente del DAC. Debe tener resolución mayor que la salida pretendida.
- Extremadamente populares.
- Más rápidos que los SAR (Hasta 100 Msps)

Conversores A/D

Conversores Nyquist: Tipo Doble Rampa (Dual Slope)

O integradores. Se usa la carga para cargar un condensador y luego descargarlo a un ritmo predeterminado.



$$p_1 = \frac{V_{IN}}{R \cdot C}$$

$$V_A = \frac{V_{IN}}{R \cdot C} \cdot 2^N \cdot T_{CLK}$$

$$p_2 = \frac{-V_{REF}}{R \cdot C}$$

Conversores A/D

Conversores Nyquist: Tipo Doble Rampa (Dual Slope)

La señal FLAG se activará al cabo de k ciclos de reloj, siendo k :

$$k \cdot T_{CLK} = \frac{V_A}{-p_2} = \frac{V_{IN}/(R \cdot C) \cdot 2^N \cdot T_{CLK}}{V_{REF}/(R \cdot C)} = \frac{V_{IN}}{V_{REF}} \cdot 2^N \cdot T_{CLK}$$

$$k = \frac{V_{IN}}{V_{REF}} \cdot 2^N = \frac{V_{IN}}{(V_{REF}/2^N)} = \frac{V_{IN}}{V_{LSB}}$$

← k es la codificación de la entrada en N bits!

Características

- Permite conseguir la resolución que se desee modificando levemente el circuito.
- Su construcción no es complicada por lo que pueden ser bastante baratos.
- No presenta códigos perdidos, es extremadamente lineal, etc.
- Elimina las interferencias AC.
- Es extremadamente lento. Requiere, al menos, 2^{N+1} ciclos de reloj para realizar la conversión. **Ha perdido popularidad.**

**Otros modelos no se estudiarán por falta de tiempo:
Algorítmicos, con espaciado temporal, etc.**

Conversores A/D

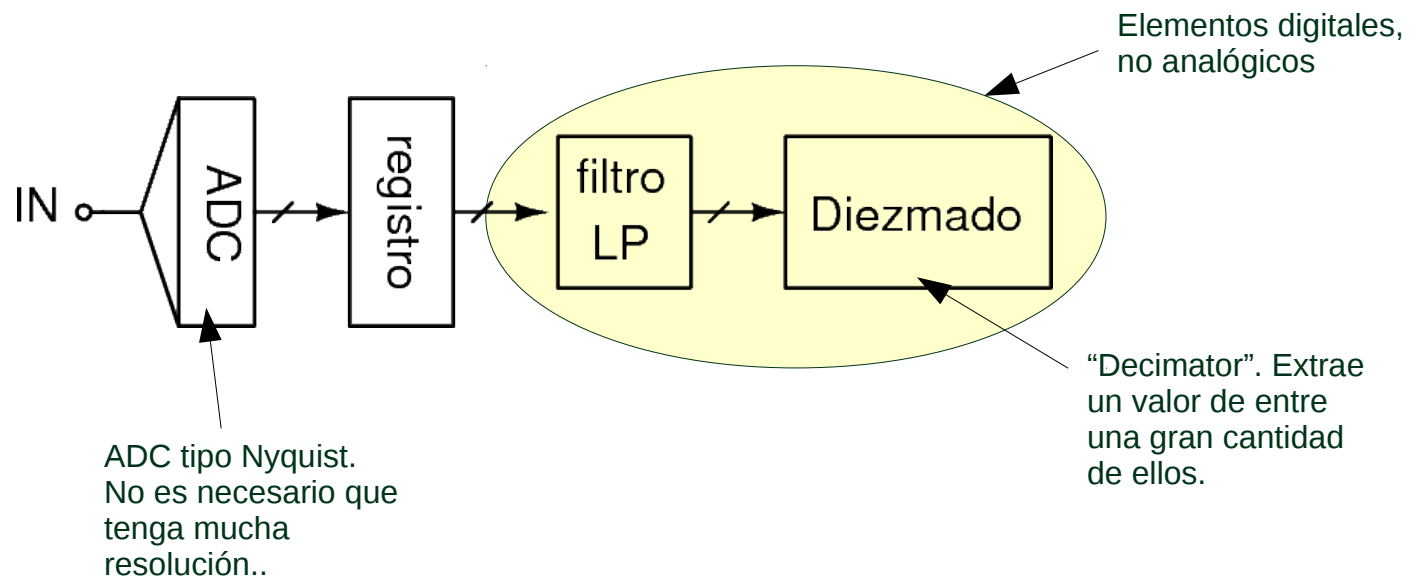
Conversores sobremuestreados

En estos conversores, se aumentará la resolución del dispositivo realizando un gran número de medidas de un único valor.

Basados en Nyquist

Es bien conocido el hecho de que, para medir cualquier magnitud con mayor precisión, conviene realizar muchas medidas y realizar la media.

Algo parecido se hará a cabo con los conversores.



Conversores A/D

Conversores sobremuestreados

Averaging

En algunos casos, se pueden recopilar K muestras para luego obtener la media de los valores.

- No se busca mejorar la resolución pero sí se elimina el ruido
- Diversos algoritmos con los que implementar el filtro.
- **Media simple:** Se toman 2^M muestras, se suman y el resultado se desplazan M posiciones hacia la derecha.
- **Rolling window average:** Clásico filtro LP que permite obtener un valor suavizado a partir de las medidas anteriores. Suponiendo que existe un acumulador S:

$$S(n) = S(n-1) \cdot (1 + 2^{-M}) + V_{IN}(n) \quad OUT(n) = 2^{-M} \cdot S(n)$$

En este último caso, no es necesario ni el diezmado ni el sobremuestreo

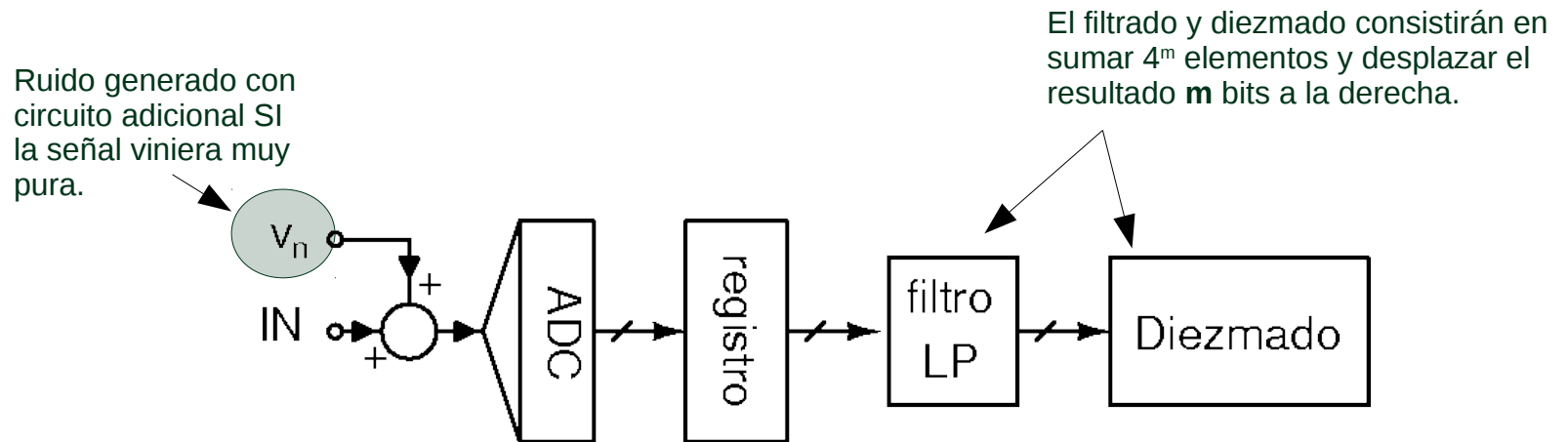
Conversores A/D

Conversores sobremuestreados

Aumento de resolución por inyección de ruido

El sobremuestreo permite aumentar la resolución de un ADC si se añade ruido blanco con valor eficaz $v_{n,eff} \sim V_{LSB}$.

Es necesario tomar 4^m muestras para aumentar la resolución m bits.



Conversores A/D

Conversores sobremuestreados

Aumento de resolución por inyección de ruido

El ruido blanco, de valor eficaz $\alpha \cdot V_{LSB}$, se unirá al ruido de cuantización para generar un nuevo ruido blanco de valor eficaz:

$$V_{N, EFF} = V_{LSB} \cdot \sqrt{\alpha^2 + 1/12}$$

¿Por qué 4^m muestras?

Aunque el tratamiento matemático correcto requiere un detallado estudio en la frecuencia, puede intuirse por el siguiente razonamiento. Si la medida original es K y se representa con N bits:

- Al sumar 4^m elementos se obtiene otro representable con **N+2·m** bits.
- La incertidumbre, que es un error cuasialeatorio, es igual a la raíz de la suma de los cuadrados. Como son todos iguales:

$$\Delta S = \sqrt{4^m \cdot (\Delta x)^2} = 2^m \cdot \Delta x$$

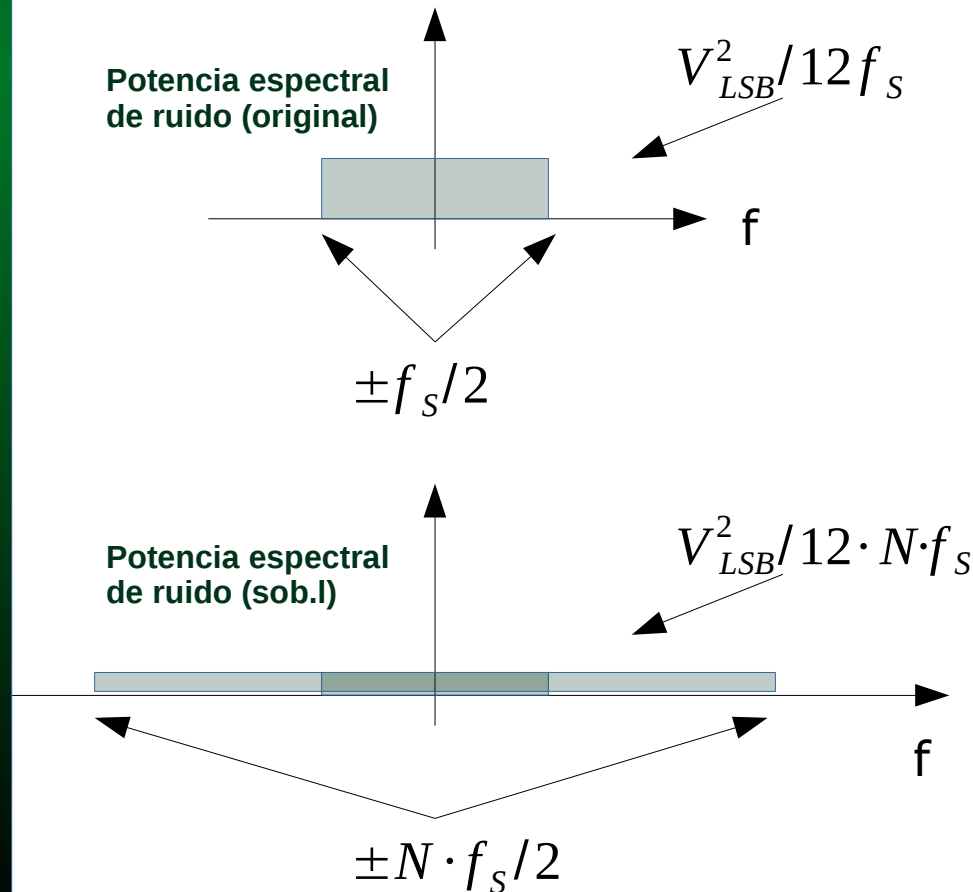
Si el error original era de 1 bit, ahora es 2^m. Por tanto, el error de medida aparece sólo en los **m** últimos bits de la cadena de **N+2·m** bits.

Conversores A/D

Conversores sobremuestreados

Conversores sigma-delta ($\Sigma\Delta$)

La idea detrás de estos conversores es el **modelado del ruido**. Al sobremuestrear, el ruido se expande hasta la nueva frecuencia.



Al expandir la frecuencia de muestreo, el ruido en la zona de interés se atenúa.

f_0 : ancho de banda de la señal.

f_{Nyq} : Frecuencia de Nyquist ($2 \cdot f_0$).

f_{OV} : frecuencia de sobremuestreo.

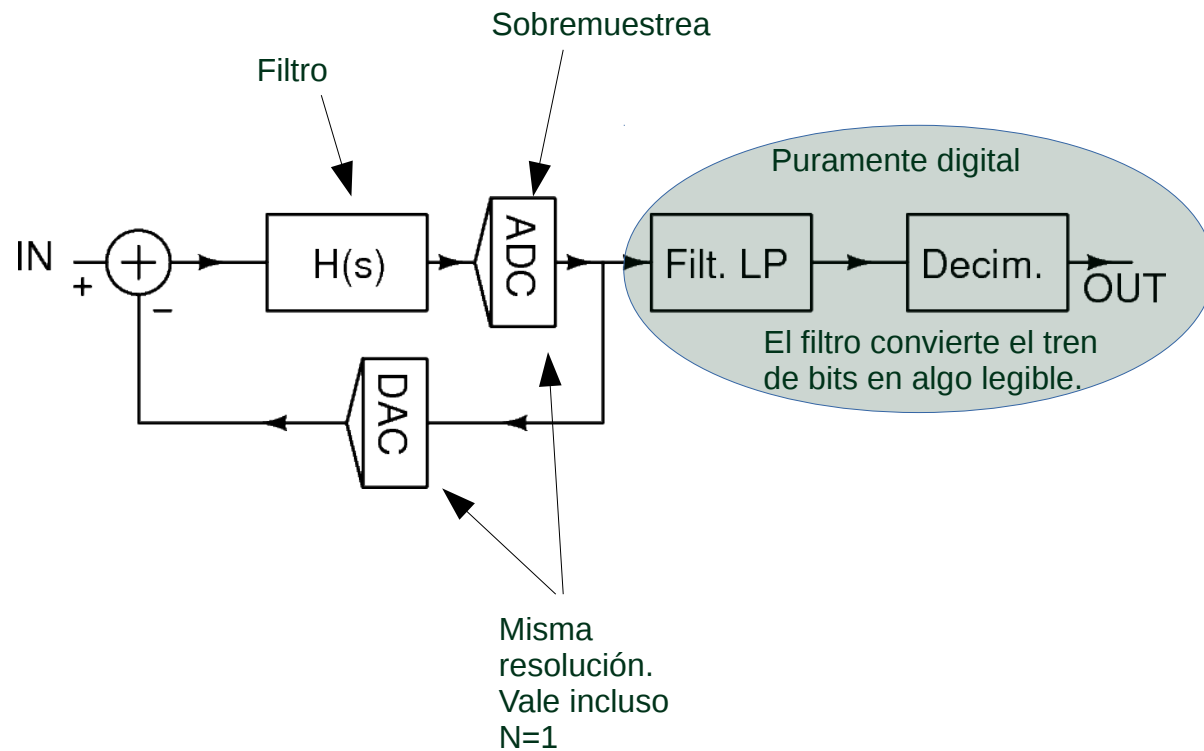
Razón de sobremuestreo: f_{OV} / f_{Nyq}

Conversores A/D

Conversores sobremuestreados

Conversores sigma-delta ($\Sigma\Delta$)

Aunque hay muchos tipos, la idea básica se recoge en la figura.

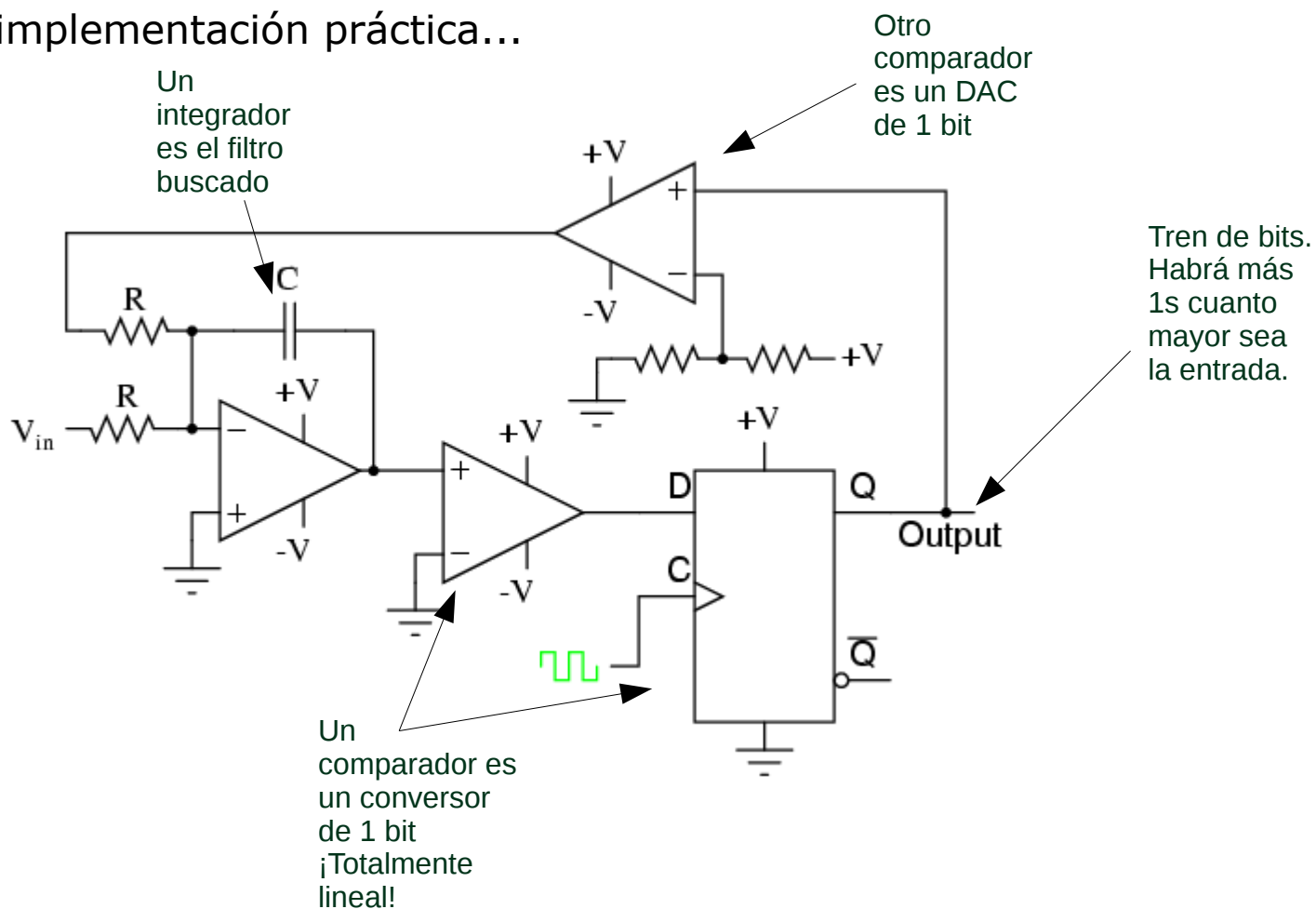


Conversores A/D

Conversores sobremuestreados

Conversores sigma-delta ($\Sigma\Delta$)

Y una implementación práctica...



Conversores A/D

¿Cómo elegirlo?

El primer punto que se debe tener en cuenta es la **resolución** requerida.

Regla de oro: Usar 2 bits más que la resolución mínima requerida. Y fijarse en la INL.

Ejemplo: Se dispone de REF = +5,00 V para medir una tensión con una resolución de 10 mV.

$$\rightarrow V_{\text{LSB}} < 10 \text{ mV} \rightarrow 2^{-N} \cdot 5 < 10^{-2} \rightarrow N > \log(500)/\log(2) = 8,97\dots$$

Por tanto, deberíamos usar un conversor de, al menos, 11 bits. Lógicamente, esta restricción se aplica **tras el bloque de amplificación**.

¿Y sobre la velocidad?

Flash → Poca resolución pero Gsps (Gigasamples/s)

Pipelined → Resolución media y centenares de Msps

SAR → Resolución media y Msps (Msps)

$\Sigma\Delta$ → Resolución alta y ksps-Msps

Integrador → Resolución alta y ksps.

Conversores A/D

¿Cómo elegirlo?

Y, por supuesto, el **precio**...

- <http://es.rs-online.com/web/c/semiconductores/convertidores-de-datos/convertidores-analogico-a-digital-para-uso-general/#esid=4294873078&applied-dimensions=4294864569>

Y el **objetivo**. Por ejemplo, conversores de 3,5 bits destinados a LCDs:
Salida de 0 a ± 1999

- <http://ww1.microchip.com/downloads/en/DeviceDoc/21457D.pdf>